

# Programm des Seminars “Geometrie” im WS 2011/12

Prof. Dr. Bernd Ammann, Nicolas Ginoux

17. Oktober 2011

**Zusammenfassung.** In diesem Seminar beschäftigen wir uns mit den elementaren Figuren und Transformationen folgender Modellräume: die euklidische Ebene, der euklidische Raum, die hyperbolische Ebene und die Sphäre. Neben schulverwandten Themen (z.B. Kegelschnitte oder Polyeder) behandeln wir die Isometrien und die Trigonometrie dieser Modelle. Dabei stellt sich ein interessanter Bezug zu den Axiomen der ebenen euklidischen Geometrie (u.a. Existenz und Eindeutigkeit von Parallelen). Als Exkurs besprechen wir die Frage, wieviele Tapetenmuster möglich sind.

## 1 Euklidische Geometrie

### 1.1 Kegelschnitte 1/2 [1, Abschn. 2.4.1-2.4.3 S. 51–54]

Exzentrizität und Parameter, Brennpunkte und Brenngeraden.

### 1.2 Kegelschnitte 2/2 [1, Abschn. 2.4.4-2.4.5 S. 55–60]

Eigenschaften von Kegelschnitten, evtl. Cassinische Kurve (geometrische Beschreibung und Eigenschaften).

### 1.3 Ebene Transformationen 1/2 [1, Abschn. 3.4 S. 96–100]

Elementare Eigenschaften, Beispiele; Isometrien: Spiegelungen, Translationen, Drehungen (einschl. Beweis von Satz 11). Evtl. Begriff von Schwerpunkt erinnern.

### 1.4 Ebene Transformationen 2/2 [1, Abschn. 3.4-3.5 S. 101–108]

Klassifikation der ebenen Isometrien; Ähnlichkeitstransformationen; komplexe Schreibweise der ebenen Transformationen.

### 1.5 Pflasterungen 1/2 [1, Abschn. 3.7 S. 116–122] und [2, Abschn. I.1.7 S. 11–22]

Diskrete Gruppen der ebenen Transformationsgruppe. Der/die Vortragende muss den Umfang mit dem/der nächsten Vortragenden genauer absprechen.

### 1.6 Pflasterungen 2/2 [1, Abschn. 3.7 S. 123–129] und [2, Abschn. I.1.7 S. 11–22]

Tapetenmuster, Klassifikation der ebenen Pflasterungen. Der/die Vortragende muss den Umfang mit dem/der letzten Vortragenden genauer absprechen.

### 1.7 Polyeder [1, Abschn. 2.5.3-2.5.4 S. 66–71]

Definition, Eulersche Polyederformel, platonische Körper, Klassifikation der regulären Polyeder (evtl. duales Polyeder besprechen). Evtl. Aufg. 41 S. 80–81 behandeln.

### 1.8 Elementare räumliche Transformationen [1, Abschn. 3.6 S. 109–115]

Beschreibung und Klassifikation.

### **1.9 Endliche Untergruppen der räumlichen Transformationsgruppe [1, Abschn. 3.8 S. 129–133]**

Isometriegruppen der regulären Polyeder, Klassifikation (evtl. Aufg. 28 S. 141 behandeln).

## **2 Ebene hyperbolische Geometrie**

### **2.1 Das Poincaré-Modell der hyperbolischen Ebene [1, Abschn. 4.2 S. 150–158]**

Definition, hyperbolische Geraden, hyperbolische Dreiecke, hyperbolischer Abstand, Isometriegruppe.

### **2.2 Das Scheiben-Modell der hyperbolischen Ebene [1, Abschn. 4.3-4.4 S. 158–163]**

Definition, hyperbolische Trigonometrie, Winkelsummendefekt.

### **2.3 Hyperbolische Isometrien [1, Abschn. 4.5 S. 164–169]**

Parabolische, elliptische und hyperbolische Transformationen, Bahnen und Kommutatoren davon.

## **3 Ebene sphärische Geometrie**

### **3.1 Die Sphäre als metrischer Raum [1, Abschn. 5.1-5.3 S. 183–189]**

Stereographische Projektion, Großkreise, Isometriegruppe.

### **3.2 Konforme Transformationen und Trigonometrie der Sphäre [1, Abschn. 5.4-5.5 S. 189–199]**

Möbius-Transformationen, sphärische Trigonometrie.

## **Literatur**

[1] I. Agricola und T. Friedrich, *Elementargeometrie*, 3. Auflage, Vieweg, 2011.

[2] M. Berger, *Geometry*, Bände I und II, Springer, 1996.