Universität Regensburg, Sommersemester 2014
Prof. Dr. Bernd Ammann / Dr. Nicolas Ginoux

Zentralübung zur Analysis II am 8.7.2014

1. Aufgabe

Führen Sie die Variation der Konstanten durch für das lineare Anfangswertproblem (in $\mathbb{R}$)

$$x'(t) = t \cdot x(t) + t, \qquad x(0) = 1.$$

2. Aufgabe

Berechnen Sie $\exp(tA)$ für

(a) $A := \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$,

(b) $A := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$,

(c) $A := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$,

(d) $A := \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$.

3. Aufgabe

[1]

(a) Berechnen Sie die allgemeinen Lösungen des folgenden Differentialgleichungssystems:

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x_1'(t) & = & -2x_1(t) - x_2(t) \\ x_2'(t) & = & 9x_1(t) + 4x_2(t) \end{array} \right. . \tag{G}$$

(b) Bestimmen Sie die Lösung des Differentialgleichungssystems (G) mit dem Anfangsdatum $x_1(0) = 2, x_2(0) = 3$.

(c) Finden Sie die allgemeinen Lösungen des folgenden inhomogenen Differentialgleichungssystems:

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x_1'(t) & = & -2x_1(t) - x_2(t) + e^t \\ x_2'(t) & = & 9x_1(t) + 4x_2(t) \end{array} \right. .$$

Bitte wenden

---

[1]Diese Aufgabe wurde nicht behandelt.

4. Aufgabe

[2]Sei $f\colon \mathbb{R}\times\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ eine stetig differenzierbare Abbildung. Man nehme an, dass ein $T \in (0;\infty)$ existiere mit

$$f(t+T,x) = f(t,x)$$

für alle $(t,x) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}^n$.

(a) Zeigen Sie: ist $\varphi\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ eine Lösung der Differentialgleichung $\varphi'(t) = f(t,\varphi(t))$ mit $\varphi(0) = \varphi(T)$, so gilt

$$\varphi(t+T) = \varphi(t)$$

für alle $t \in \mathbb{R}$.

(b) Gilt die Aussage immer noch, falls die Bedingung $\varphi(0) = \varphi(T)$ weggelassen wird?

[2]Diese Aufgabe wurde nicht behandelt.