Universität Regensburg, Sommersemester 2014
Prof. Dr. Bernd Ammann / Dr. Nicolas Ginoux

Zentralübung zur Analysis II am 17.6.2014

1. Aufgabe

[1]Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $(x,y) \mapsto (x^2 - x - 2, 3y)$. Bestimmen Sie die Menge der Punkte $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, in denen f lokal invertierbar ist, d.h., so dass eine offene Umgebung U von (x,y) im $\mathbb{R}^2$ mit $f_{|U}$ invertierbar existiert.

2. Aufgabe

Zeigen Sie, dass dür jedes $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ die Gleichung

$$z^3 + z + xy = 1$$

im $\mathbb{R}^3$ genau eine Lösung $z = g(x,y)$ besitzt. Zeigen Sie, dass die Funktion $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ differenzierbar ist und bestimmen Sie $g'(1,1)$.

3. Aufgabe

Bestimmen Sie die regulären Werte der Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad (x,y) \mapsto e^{x^2+y^2} - 8x^2 - 4y^4.$$

4. Aufgabe

Sei $M \subset \mathbb{R}^k$ eine n-dimensionale C^l-Untermannigfaltigkeit von $\mathbb{R}^k$. Zeigen Sie, dass jede offene Teilmenge M' von M ebenfalls eine n-dimensionale C^l-Untermannigfaltigkeit von $\mathbb{R}^k$ ist.

5. Aufgabe

Zeigen Sie, dass die Teilmenge

$$C := \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon\ |x| = |y|\big\} \subset \mathbb{R}^2$$

keine Untermannigfaltigkeit von $\mathbb{R}^2$ ist.

[1]Diese Aufgabe wurde nicht behandelt.