Übungen zur Analysis II für Physiker

Universität Regensburg, Sommersemester 2012

Dr. Nicolas Ginoux / Dr. Mihaela Pilca

Übungsblatt 11, Abgabe am 4.07.2012 bis 12 Uhr

Bitte **jedes Blatt** mit **Ihrem Namen** und der **Nummer Ihrer Übungsgruppe** versehen und alle Blätter zusammenheften.

---

1. Aufgabe

Sei $f : \mathbb{R}\times\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion, die lokal Lipschitz-stetig in der zweiten Variablen ist und folgende Symmetrie besitzt:

$$f(-x, y) = -f(x, y), \text{ für alle } x, y \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie, dass jede Lösung $\varphi : [-r, r] \to \mathbb{R}$ (mit $r > 0$) der Differentialgleichung $y' = f(t, y)$ symmetrisch bezüglich der y-Achse ist, d.h. $\varphi(-t) = \varphi(t)$, für alle $t \in [-r, r]$.

2. Aufgabe

Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen folgender Differentialgleichung:

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1(t) \\ \dot{y}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix}.$$

3. Aufgabe

i) Berechnen Sie die allgemeinen Lösungen folgender Differentialgleichung:

$$y' - (ty)^2 = t^2.$$

ii) Finden Sie ein Fundamentalsystem der linearer Differentialgleichung:

$$y^{(4)} + 2y'' + y = 0.$$

iii) Finden Sie die allgemeinen Lösungen folgender Differentialgleichung:

$$y'' + y - 5t = 0.$$

Hinweis: i) Trennen Sie zuerst die Variablen. iii) Lösen Sie zuerst die assoziierte homogene Gleichung und danach die gegebene inhomogene Gleichung mit dem Ansatz der Variation der Konstanten.

4. Aufgabe

Betrachten Sie die Schwingungsgleichung

$$\ddot{y} + 2\gamma\dot{y} + \omega^2 y = 0,$$

mit γ, ω zwei strikt positive Konstanten.

i) Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der Schwingungsgleichung für alle drei Fälle $\gamma < \omega$, $\gamma = \omega$ und $\gamma > \omega$.

ii) Bestimmen Sie die Lösung mit dem Cauchy-Datum (oder Anfangswert) $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = v$.