Übungen zur Analysis II für Physiker

Universität Regensburg, Sommersemester 2012

Dr. Nicolas Ginoux / Dr. Mihaela Pilca

Übungsblatt 6, Abgabe am 30.05.2012 bis 12 Uhr

Bitte **jedes Blatt** mit **Ihrem Namen** und der **Nummer Ihrer Übungsgruppe** versehen und alle Blätter zusammenheften.

---

1. Aufgabe

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ die Funktion gegeben durch:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy+y^2}{|x|+|y|}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Untersuchen Sie, ob f an $(0,0)$ stetig ist und welche partiellen Ableitungen erster Ordnung im Ursprung existieren.

2. Aufgabe

Untersuchen Sie an welchen Stellen die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (x,y) \mapsto x\sqrt{x^2 + 2y^2}$$

einmal partiell differenzierbar ist (d.h. wo sie erste partielle Ableitungen besitzt) und berechnen Sie dort ihre ersten partiellen Ableitungen.

3. Aufgabe

Untersuchen Sie folgende Funktion auf Differenzierbarkeit:

$$f : B_\pi(0) \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = \begin{cases} \frac{(x^2+y^2)^2}{\sin(\sqrt{x^2+y^2})}, & \text{für } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{für } (x,y) = (0,0), \end{cases}$$

wobei $B_\pi(0) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, \sqrt{x^2+y^2} < \pi\}$.

4. Aufgabe

Sei $M := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x = y\} \setminus \{(0,0)\}$ und f die Funktion gegeben durch:

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = \begin{cases} e^x - 1, & \text{für } (x,y) \in M, \\ 0, & \text{für } (x,y) \notin M. \end{cases}$$

Zeigen Sie:

i) f ist in $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ genau dann partiell differenzierbar, wenn $(x,y) \notin M$.

ii) Die Richtungsableitung von f in $(0,0)$ existiert entlang jeder Richtung $h \in \mathbb{R}^2$.